Tema 7: *Juegos con información incompleta*

Microeconomía Avanzada II

Iñigo Iturbe-Ormaeche

U. de Alicante

2008-09

Introducción y ejemplos

Equilibrio Bayesiano de Nash

Aplicaciones

Señales

Modelo de Spence

Juegos con información incompleta

- Hasta ahora hemos supuesto que todos los jugadores tienen la misma información. Este supuesto no es muy realista
- Vamos a estudiar juegos con **información incompleta**. Describen situaciones en las que algunos jugadores puede que no conozcan alguna información acerca de los otros jugadores, por ejemplo, sus pagos o sus preferencias
- Esta incertidumbre acerca de los pagos de los rivales afectará a la forma en que los jugadores analizan la situación y eligen sus estrategias

Ejemplos

- Competencia entre empresas que desconocen los costes de sus rivales
- Una subasta en la que cada participante conoce su propia valoración del objeto, pero no las de los demás
- Una negociación entre un vendedor y un comprador en la que el primero no conoce la valoración del segundo
- Contribuciones privadas a un bien público sin conocer las valoraciones de los demás
- Un vendedor conoce la verdadera calidad del producto, pero el comprador no
- Un trabajador nuevo en la empresa conoce su verdadera productividad y el empresario no

Una subasta

- Dos personas participan en una subasta en sobre cerrado para comprar un objeto (por ejemplo un cuadro)
- Deben elegir simultáneamente sus pujas b_1 y b_2 y el bien se vende a quien haga la puja más alta, pagando lo que ha pujado (en caso de empate se lanza una moneda)
- Las valoraciones son v_1 y v_2. La utilidad del 1 es (la del 2 es similar):

$$u_1(b_1, b_2) = \begin{cases} v_1 - b_1 & \text{si } b_1 > b_2 \\ \frac{1}{2}(v_1 - b_1) & \text{si } b_1 = b_2 \\ 0 & \text{si } b_1 < b_2 \end{cases}$$

- Hay información incompleta porque cada jugador conoce su propia valoración, **pero no conoce la del rival**

Un bien público

- Dos vecinos deben decidir si contribuyen o no para adquirir un bien público. Cada uno de ellos valora el bien público en 1 euro
- Con que uno sólo contribuya se consigue el bien público. Contribuir supone un coste privado, c_1 para el 1 y c_2 para el 2
- Los pagos son:

		2	
		Contribuir	No contribuir
1	Contribuir	$1-c_1, 1-c_2$	$1-c_1, 1$
	No contribuir	$1, 1-c_2$	$0, 0$

- Ambos tienen que elegir simultáneamente si contribuyen o no

El dilema de los prisioneros (de nuevo)

- Cada uno de los 2 jugadores debe elegir entre cooperar (C) o no cooperar (N). La diferencia es que ahora el jugador 1 no conoce los pagos del 2, aunque el 2 sí que conoce tanto sus pagos como los del 1
- El jugador 2 puede ser un individuo normal o puede ser un individuo que disfruta cooperando
- Los pagos son:

		2: C	2: N
1	C	4,2	0,3
	N	3,0	1,1

		2: C	2: N
1	C	4,4	0,3
	N	3,2	1,1

2 cooperativo

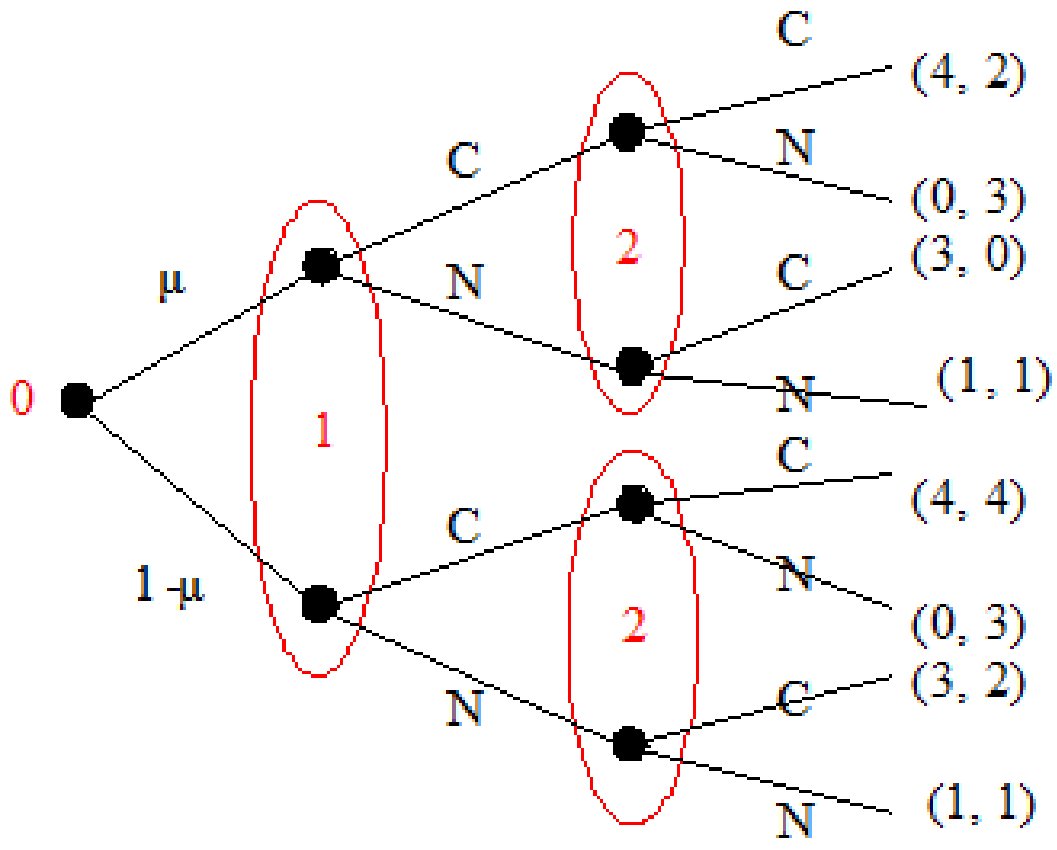
Juegos bayesianos

- Para describir el equilibrio vamos a modelar los juegos de información incompleta como juegos de información imperfecta en los que la Naturaleza juega primero para elegir los pagos
- Los jugadores observan sus propios pagos, pero no necesariamente los de los demás
- El jugador con información incompleta conoce los posibles tipos de su rival y sus probabilidades objetivas. Es decir, conoce de qué población proviene su oponente
- Estos juegos se llaman juegos bayesianos. Lo ilustramos con el ejemplo del dilema de los prisioneros

Tipos

- Vamos a modelar el juego de arriba suponiendo que, a priori, el jugador 2 puede ser de dos tipos diferentes
- Puede ser como en el dilema clásico de los prisioneros, o puede ser un individuo que disfruta cooperando
- Estos son los tipos del jugador 2. Para simplificar los llamamos tipo I y tipo II (el que disfruta cooperando)
- Además suponemos que las probabilidades a priori de cada tipo son μ y $1-\mu$, respectivamente
- Estas probabilidades son conocidas por los dos jugadores

Representación en forma extensiva



Estrategias

- Ahora las estrategias indican una acción para cada posible tipo. En este ejemplo, sólo el jugador 2 recibe cierta información:

$$\begin{aligned} S_1 &= \{N, C\} \\ S_2 &= \{(N,N),(N,C),(C,C),(C,N)\} \end{aligned}$$

- ¿Qué significa la estrategia (N, C)? Significa que el jugador 2 elige no cooperar cuando es del tipo clásico (tipo I) y elige cooperar cuando es del tipo que disfruta cooperando
- Si esa es la estrategia que usa el 2, ¿cuál es la mejor respuesta del 1?
- Si elige cooperar (C), gana $0 \times \mu + 4 \times (1 - \mu) = 4 - 4\mu$
- Si elige no cooperar (N), gana $1 \times \mu + 3 \times (1 - \mu) = 3 - 2\mu$
- Por lo tanto, elegirá C siempre que $\mu < 1/2$. Cuando $\mu > 1/2$, elegirá N. Cuando $\mu = 1/2$, estará indiferente entre C y N

Equilibrio bayesiano de Nash

- Un equilibrio bayesiano de Nash en un juego con 2 jugadores es un par de estrategias, una para cada jugador, tales que son mejor respuesta mutuamente
- Es decir, la acción de **cada tipo** es una mejor respuesta a la estrategia del jugador rival
- En un equilibrio bayesiano cada individuo debe jugar una mejor respuesta a la distribución condicional de las estrategias de los demás, para cada uno de los tipos del jugador
- Un equilibrio bayesiano se puede interpretar como un equilibrio de Nash de un juego con información incompleta que cuenta con la Naturaleza como jugador

Equilibrio en el ejemplo anterior

- En el ejemplo anterior:

		2: C	2: N
1	C	4,2	0,3
	N	3,0	1,1

Prob. μ

		2: C	2: N
1	C	4,4	0,3
	N	3,2	1,1

Prob. $1-\mu$

- Si el 2 es de tipo I, entonces N es dominante. Si el 2 es de tipo II, entonces C es dominante
- Por lo tanto, la estrategia óptima del jugador 2 es s_2^* =(N,C)

Mejor respuesta del 1

- Ahora, si el 1 juega C su pago es $4 - 4\mu$, mientras que si elige N su pago es $3 - 2\mu$
- Elegirá C siempre que $\mu < 1/2$. Cuando $\mu > 1/2$, elegirá N. Cuando $\mu = 1/2$, estará indiferente entre C y N
- Por lo tanto, si $\mu < 1/2$ el único equilibrio es (C, s_2^*)
- Si $\mu > 1/2$, el único equilibrio es (N, s_2^*)
- Si $\mu = 1/2$, hay dos equilibrios: (C, s_2^*) y (N, s_2^*)

Cournot con información asimétrica

- La demanda es $P(Q) = M - Q$, donde $Q = q_1 + q_2$ (como el ejemplo del tema 4 con $d = 1$)
- La función de costes de la empresa 1 es $C_1(q_1) = cq_1$
- La función de costes de la empresa 2 puede ser $C_2(q_2) = c_A q_2$ con probabilidad θ o $C_2(q_2) = c_B q_2$ con probabilidad $1 - \theta$
- Suponemos que $c_B < c < c_A$
- La empresa 2 conoce tanto sus costes como los de la 1
- La empresa 1 sólo sabe que los costes de la 2 pueden ser $C_2(q_2) = c_A q_2$ con probabilidad θ o $C_2(q_2) = c_B q_2$ con $1 - \theta$. Todo esto es conocimiento común

Formalización

- Tipos: La empresa 1 sólo tiene un tipo, correspondiente a su coste c; la empresa 2 puede ser de 2 tipos diferentes correspondientes a los 2 posibles costes, c_B y c_A
- Las acciones de las empresas son los posibles niveles de producción: $A_1 = A_2 = [0, \infty)$
- Las estrategias deben especificar una acción para cada tipo
- Por lo tanto, un equilibrio bayesiano de Nash se identifica con 3 niveles de producción:
  1. Un nivel de producción de la empresa 1 (q_1)
  2. Un nivel de producción de la empresa 2 si sus costes son c_B $(q_2(c_B))$
  3. Un nivel de producción de la empresa 2 si sus costes son c_A $(q_2(c_A))$

Empresa 1

- Vamos a suponer que hay un equilibrio interior. Los beneficios esperados de la empresa 1 son:

$$\begin{aligned} E\pi_1 &= \theta(M - q_1 - q_2(c_A) - c)q_1 + \\ &\quad +(1-\theta)(M - q_1 - q_2(c_B) - c)q_1 \\ &= (M - q_1 - c)q_1 - (\theta q_2(c_A) + (1-\theta)q_2(c_B))q_1 \end{aligned}$$

- La condición de primer orden para maximizar $E\pi_1$ es:

$$\frac{\partial E\pi_1}{\partial q_1} = M - 2q_1 - c - (\theta q_2(c_A) + (1-\theta)q_2(c_B)) = 0$$

- Finalmente obtenemos la función de reacción o mejor respuesta de la empresa 1:

$$q_1 = \frac{M - c - (\theta q_2(c_A) + (1-\theta)q_2(c_B))}{2} \qquad (1)$$

Empresa 2

- La empresa 2 elegirá una producción diferente dependiendo de cuáles son sus costes
- En el caso de que sus costes marginales sean c_B, sus beneficios son:

$$\pi_2(c_B) = (M - q_1 - q_2(c_B) - c_B)q_2(c_B)$$

- La condición de primer orden ($\frac{\partial \pi_2(c_B)}{\partial q_2} = 0$) implica:

$$q_2(c_B) = \frac{M - c_B - q_1}{2} \tag{2}$$

- También podemos obtener:

$$q_2(c_A) = \frac{M - c_A - q_1}{2} \tag{3}$$

Equilibrio

- Finalmente podemos resolver este sistema de 3 ecuaciones (ecuaciones (1), (2) y (3)). Sustituimos los valores de $q_2(c_B)$ y $q_2(c_A)$ en la función de mejor respuesta de la empresa 1
- En total obtenemos:

$$q_1^* = \frac{M - 2c + \overline{c}}{3},$$

donde $\overline{c} = \theta c_A + (1 - \theta)c_B$ es el coste marginal promedio de la 2

- Si $c = \overline{c}$, tendríamos el mismo resultado que si $c_A = c_B = c$ ($q_1^* = \frac{M-c}{3}$)
- Si $c < \overline{c}$, entonces $q_1^* > \frac{M-c}{3}$

Ejemplo numérico

- Supongamos que $M = 100, \theta = 1/2, c_B = 5$ y $c = 10$
- Si $c_A = 15$, entonces $\overline{c} = 10$, y en el equilibrio $q_1 = 30$, $q_2(c_B) = 32{,}5$ y $q_2(c_A) = 27{,}5$
- Si $c_A = 25$, entonces $\overline{c} = 15$, y en el equilibrio $q_1 = 31{,}66$, $q_2(c_B) = 31{,}66$ y $q_2(c_A) = 21{,}66$

Una decisión de I+D

- Dos empresas forman un consorcio de I+D. Si cualquiera de las dos empresas hace un descubrimiento, ambas lo podrán compartir
- En concreto, hay un nuevo invento que cualquiera de las dos empresas puede llegar a desarrollar. Esto le costaría $c \in (0, 1)$ a la empresa que lo desarrolle
- El beneficio que el invento produce a cada empresa es $(\theta_i)^2$. Aquí θ_i es el **tipo** de la empresa i que sólo ella conoce
- Cada empresa i tiene un θ_i que es una extracción independiente de una distribución uniforme en $[0, 1]$
- El juego se desarrolla así:
  1. Las empresas observan su propio tipo
  2. Ambas deciden simultáneamente si desarrollan o no el invento

Mejor respuesta de las empresas

- Escribo $s_i(\theta_i) = 1$ si i desarrolla el invento y $s_i(\theta_i) = 0$ si no lo hace
- Si la empresa i desarrolla el invento, gana $(\theta_i)^2 - c$
- Si la empresa i no desarrolla el invento, gana $(\theta_i)^2 \Pr(s_j(\theta_j) = 1)$
- La mejor respuesta de la empresa i será desarrollar el invento si $(\theta_i)^2 - c \geq (\theta_i)^2 \Pr(s_j(\theta_j) = 1)$. Es decir si se cumple:

$$\theta_i \geq \left[\frac{c}{1 - \Pr(s_j(\theta_j) = 1)} \right]^{1/2}$$

- Desarrolla el invento si θ_i está por encima de cierto valor y no lo desarrolla en caso contrario
- Si la empresa i estuviera sola desarrollaría el invento siempre que $\theta_i \geq (c)^{1/2}$. Cuando hay dos empresas el punto de corte es más alto. Cada empresa trata de aprovecharse de la otra. Este es el fenómeno ya conocido de "free rider"

Equilibrio

- Ahora resolvemos el equilibrio bayesiano de Nash
- Sean $\widehat{\theta}_1$ y $\widehat{\theta}_2$ los valores de corte de las empresas. Calculamos que $\Pr(s_j(\theta_j) = 1) = \Pr(\theta_j \geq \widehat{\theta}_j) = 1 - \widehat{\theta}_j$
- Entonces tenemos:

$$\widehat{\theta}_1 = \left[\frac{c}{\widehat{\theta}_2}\right]^{1/2} \quad \text{y} \quad \widehat{\theta}_2 = \left[\frac{c}{\widehat{\theta}_1}\right]^{1/2}$$

- Finalmente $\theta^* = \widehat{\theta}_1 = \widehat{\theta}_2 = (c)^{1/3}$
- Dado que $c \in (0, 1)$, tenemos que $\theta^* = (c)^{1/3} > (c)^{1/2}$
- La probabilidad de que ninguna empresa desarrolle el invento es $(\theta^*)^2$, la de que lo haga solamente una es $2\theta^*(1 - \theta^*)$ y la de que lo hagan las dos $(1 - \theta^*)^2$

¿Es siempre mejor tener más información?

- Supongamos una situación con 2 jugadores que no saben si la matriz de pagos es la de la izquierda o la de la derecha. Sólo saben que cada una de ellas tiene una probabilidad de 1/2

		2		
		I	C	D
1	A	4,2	4,0	4,3
	B	8,8	0,0	0,12

		2		
		I	C	D
1	A	4,2	4,3	4,0
	B	8,8	0,12	0,0

- Si el 1 elige A, el 2 gana 2 con I, gana 1.5 con C, gana 1.5 con D. Por lo tanto, si el 1 elige A la mejor respuesta del 2 es I
- Si el 1 elige B, el 2 gana 8 con I, gana 6 con C, gana 6 con D. Por lo tanto, si el 1 elige B la mejor respuesta del 2 es también I
- A su vez, la mejor respuesta del 1 frente a I es B. Por lo tanto, (B,I) es el único equilibrio. Ambos ganan 8 en el equilibrio

El 2 tiene más información

- Ahora suponemos que el jugador 2 sabe cuáles son los pagos. Es decir, el jugador 2 sabe si los pagos son los de la matriz de la izquierda o los de la derecha
- Ahora el único equilibrio es (A,(D,C))
- En la izquierda, D es estrictamente dominante para el jugador 2. En la derecha, C es estrictamente dominante para el jugador 2
- Si el 2 juega (D,C), si el 1 juega A gana 4 mientras que si juega B gana 0
- En el único equilibrio (A,(D,C)) el pago del jugador 1 es 4 y el del jugador 2 es 3
- La razón de esto es que D es buena sólo si la matriz es la de la izquierda y C es buena sólo si la matriz es la de la derecha, mientras que I es algo intermedio
- Cuando no conoce la matriz elige I, haciendo que el jugador 1 elija B

Una subasta al primer precio

- Dos jugadores. Las acciones posibles son sus pujas: $A_1 = A_2 = b_i \geq 0$
- Tipos: los jugadores tienen una valoración v_i independiente y uniformemente distribuida en $[0, 1]$
- Los pagos son:

$$u_i(b_1, b_2; v_1, v_2) = \begin{cases} v_i - b_i & \text{si } b_i > b_j \\ \frac{1}{2}(v_i - b_i) & \text{si } b_i = b_j \\ 0 & \text{si } b_i < b_j \end{cases}$$

- Vamos a probar que $(b_1(v_1) = v_1/2, b_2(v_2) = v_2/2)$ es un equilibrio (con n jugadores el equilibrio es $b_i(v_i) = \left(\frac{n-1}{n}\right) v_i$)
- Dada la estrategia del 2, el jugador 1 gana la subasta si puja $b > v_2/2$, es decir, si $v_2 < 2b$

Equilibrio

- El pago del 1 es $(v_1 - b) \times \Pr(v_2 < 2b)$
- Lo calculamos:

$$(v_1 - b) \int_0^{2b} f(v_2) dv_2 =$$

$$= (v_1 - b)[v_2]_0^{2b} = (v_1 - b)2b$$

- El valor de b que maximiza $(v_1 - b)2b$ es $b_1(v_1) = v_1/2$
- En el equilibrio cada jugador puja la mitad de su valoración
- Esto se debe a que los individuos se enfrentan a un "trade-off" (tensión):
  1. Cuanto mayor es la puja, mayor es la probabilidad de ganar
  2. Cuanto menor es la puja, mayor es el pago en caso de ganar

Una subasta al segundo precio

- En una subasta al segundo precio gana el que hace la puja más alta, pero paga por el objeto una cantidad igual a la segunda puja más alta
- Lo modelamos como en la subasta al primer precio
- Los pagos son:

$$u_i(b_1, b_2; v_1, v_2) = \begin{cases} v_i - b_j & \text{si } b_i > b_j \\ \frac{1}{2}(v_i - b_i) & \text{si } b_i = b_j \\ 0 & \text{si } b_i < b_j \end{cases}$$

- Probamos que $(b_1(v_1) = v_1, b_2(v_2) = v_2)$ es un equilibrio
- Dada la estrategia del 2, el jugador 1 gana la subasta si puja $b > v_2$, es decir, si $v_2 < b$. En tal caso, la ganancia del 1 es $v_1 - v_2$

Equilibrio

- El pago del 1 es:

$$\int_0^b (v_1 - v_2) f(v_2) dv_2$$

$$= \quad [(v_1 v_2 - \frac{1}{2}(v_2)^2]_0^b = bv_1 - \frac{1}{2}b^2$$

- El valor de b que maximiza $bv_1 - \frac{1}{2}b^2$ es $b_1(v_1) = v_1$
- Ahora cada jugador puja exactamente su valoración. Ya no existe la tensión del ejemplo anterior
- Supongamos que $v_1, v_2 \in [0, 100]$. En particular, $v_1 = 80$. Vemos que pujar $b_1 = 80$ es dominante
  1. Supongamos que con $b_1 = 80$ el 1 gana la subasta (por ejemplo, $b_2 = 70$). Pujando $b_1 > 80$ sigue ganando y el precio que paga no cambia. ¿Y si puja $b_1 < 80$?
  2. Supongamos que con $b_1 = 80$ el 1 no gana la subasta (por ejemplo, $b_2 = 85$). ¿Le interesa pujar $b_1 \neq 80$?

Equivalencia del ingreso

- Supongamos que el propietario del objeto está pensando qué subasta usar. Su objetivo es maximizar su ingreso. ¿Cuál de las dos preferiría?
- Supongamos que las valoraciones son $v_1 = 80$ y $v_2 = 50$. En una subasta al primer precio las pujas son $b_1 = 40$ y $b_2 = 25$. Gana el 1 y paga 40. Con una subasta al segundo precio las pujas son $b_1 = 80$ y $b_2 = 50$. Gana el 1 y paga 50. La subasta al segundo precio es mejor
- Ahora supongamos que las valoraciones son $v_1 = 80$ y $v_2 = 20$. En una subasta al primer precio las pujas son $b_1 = 40$ y $b_2 = 10$. Gana el 1 y paga 40. Con una subasta al segundo precio las pujas son $b_1 = 80$ y $b_2 = 20$. Gana el 1 y paga 20. La subasta al primer precio es mejor
- De hecho, se puede probar que ambas subastas le proporcionan el **mismo** ingreso esperado

Equivalencia del ingreso, continuación

- Supongamos que extraemos 2 números al azar de una distribución uniforme en el intervalo $[0, 100]$ y los ordenamos de menor a mayor. El valor esperado del más grande de los 2 es 200/3 y el valor esperado del más pequeño es 100/3
- Con la subasta al primer precio, el vendedor obtiene un ingreso esperado igual a la mitad de la valoración más alta, esto es (1/2)*(200/3)=100/3
- Con la subasta al segundo precio, el vendedor obtiene un ingreso esperado igual a la segunda valoración más alta, esto es 100/3
- Este es un resultado general que se llama el Teorema de la equivalencia del ingreso

Contribuir a un bien público

- Dos vecinos deben decidir si contribuyen o no para adquirir un bien público. Cada uno de ellos valora el bien público en 1 euro
- Con que uno sólo contribuya se consigue el bien público. Contribuir supone un coste privado, c_1 para el 1 y c_2 para el 2. Tanto c_1 como c_2 proceden de una distribución uniforme en $[0, 1]$
- Los pagos son:

		2	
		Contribuir	No contribuir
1	Contribuir	$1 - c_1, 1 - c_2$	$1 - c_1, 1$
	No contribuir	$1, 1 - c_2$	$0, 0$

- Deben elegir simultáneamente si contribuyen o no
- Probamos que existe un equilibrio bayesiano en el que ambos contribuyen sólo en el caso de que su coste esté por debajo de $1/2$

Equilibrio

- Dado que el 2 contribuye si $c_2 \leq 1/2$, vemos los pagos del 1
  1. Si el 1 elige contribuir, su pago es $1 - c_1$
  2. Si elige no contribuir, su pago es 1 multiplicado por la probabilidad de que el 2 contribuya
- La probabilidad de que el 2 contribuya es igual a la probabilidad de que $c_2 \leq 1/2$. Esto es $1/2$
- Por lo tanto, el 1 contribuye siempre que $1 - c_1 \geq 1/2$. Es decir, siempre que $c_1 \leq 1/2$
- La probabilidad de que acaben teniendo el bien público es de sólo $3/4$. La razón es que si cada uno contribuye sólo si su coste está por debajo de $1/2$, existe una probabilidad de $1/4$ de que ambos tengan un coste por encima de $1/2$
- Este resultado es paradójico ya que si hubiese un único individuo, siempre decidiría contribuir

Juegos dinámicos

- Algunos juegos con información incompleta y de naturaleza **dinámica** no pueden analizarse adecuadamente dentro del formato de los juegos bayesianos
- Una formalización sencilla de este tipo de juegos son los **juegos de señalización.** Son situaciones en las que:
  1. Dos jugadores mueven **consecutivamente**, no **simultáneamente** como antes. Uno de ellos posee cierta información privada relevante para el otro jugador
  2. El jugador informado es el primero en actuar. Después, el segundo jugador observa la acción del primero (la señal) y elige su propia acción

Ejemplos

- Un título universitario
- Una garantía
- Una política de precios bajos para ahuyentar a la competencia
- Una oferta de participación en los beneficios a un inversor
- Juan sin miedo

¿Para qué sirve ir a la Universidad?

- Según la teoría del capital humano (Gary Becker), ir a la Universidad es una forma de inversión en capital humano. Aumenta la productividad del individuo y, por lo tanto, el salario futuro
- Pero entonces, ¿por qué a veces las empresas contratan licenciados en Matemáticas o en Física para trabajar en el sector financiero?
- La razón es que a veces las empresas toman el título de licenciado como una señal de la productividad del individuo, más que del capital humano adquirido
- Vamos a modelar esto de forma sencilla

Modelo

- Hay dos tipos de trabajadores: B (bueno) y M (malo). Los buenos tienen una productividad de 2 (una empresa que contrate a un B gana 2). Los malos tienen una productividad de 1 (una empresa que contrate a un M gana 1)
- Si las empresas pudieran observar los tipos, pagarían 2 a B y 1 a M
- Pero las empresas no observan la productividad (es un problema de **información asimétrica**)
- Supongamos que la proporción del tipo M es λ. Esta proporción la conocen las empresas
- Si las empresas no observan el tipo, ofrecerán un salario que refleje la productividad media que esperan. El salario será $(1-\lambda)2+\lambda = 2-\lambda$
- **Problema:** $2-\lambda < 2$. Los de tipo B están perdiendo dinero por el hecho de que las empresas no les pueden distinguir de los de tipo M (¿Y los de tipo M?)

Señales

- Si pudieran convencer a las empresas de que son de tipo B, podrían obtener un salario de 2. Para ello necesitan una **señal**. Esta señal va a ser la educación (el título)
- Vamos a llamar e al nivel de educación que adquiere el individuo
- Supongamos que las empresas creen que cualquier individuo que tenga un nivel de educación e^* es de tipo B, con productividad 2
- Si todos los individuos tienen el mismo coste de obtener la señal, y los que poseen la señal reciben un salario de 2, entonces todo el mundo obtendría la señal, incluso los M
- En tal caso, las **creencias originales de las empresas son erróneas**, y **la señal no funciona**
- Para que la señal funcione, debe ocurrir que sólo los B usen la señal

Equilibrio

- Supongamos que los costes de obtener e unidades de educación es e para los M y $e/2$ para los B
- Para construir un equilibrio, consideremos la siguiente secuencia:

  Creencias $\longrightarrow$ Ofertas salariales $\longrightarrow$ Acciones $\longrightarrow$ Resultado $\longrightarrow$ Creencia

- Las creencias se refieren a lo que las empresas piensan de la productividad de las personas con la señal. Por ejemplo, "sólo los B tienen un título universitario"
- Las creencias determinan las ofertas salariales
- En función de cuánto pagan las empresas a las personas con la señal, los B y los M realizan una acción
- La acción consiste en adquirir la señal (educación) o no
- El resultado es quién obtiene la señal

Equilibrio 2

- Si sólo los B la obtienen, y no los M, **las creencias originales se ven confirmadas**
- Tenemos un **equilibrio de señalización**, en el sentido de que las empresas **no tienen motivo para revisar (alterar) sus creencias**
- Supongamos que las creencias de las empresas son:

  "Si $e < e^*$, entonces es de tipo M. Si $e \geq e^*$, es de tipo B"

- Las ofertas salariales son: un salario de 1 si $e < e^*$, y un salario de 2 si $e \geq e^*$ (IMPORTANTE: los salarios están condicionados a la señal, no al tipo ya que este NO es observable)
- La acción de un trabajador de tipo M es: si $e = e^*$, gano $2 - e^*$. Si $e = 0$, gano 1. Elegirá $e = 0$ si $e^* > 1$
- La acción de un trabajador de tipo B es: si $e = e^*$, gano $2 - e^*/2$. Si $e = 0$, gano 1. Elegirá $e = e^*$ si $e^* < 2$

Equilibrio 3

- Si $e^* < 1$, tanto M como B prefieren e^*
- Si $e^* > 2$, tanto M como B prefieren 0
- Si $1 < e^* < 2$, los B eligen $e = e^*$ y los M eligen $e = 0$, exactamente lo que esperan las empresas. Sólo los de tipo B obtienen la señal y las creencias se ven confirmadas
- La educación es beneficiosa para los B siempre que $2 - e^*/2 > 2 - \lambda$ o $\lambda > e^*/2$, lo que ocurrirá si la proporción λ (malos) es **suficientemente grande**. Por ejemplo, si $e^* = 1{,}5$, necesitamos $\lambda > 3/4$
- La existencia de la señal es siempre mala para los M puesto que $1 < 2 - \lambda$
- Es crucial darse cuenta de que la señal funciona debido a que es más barata para los B
- Las productividades no se ven afectadas por la señal
- La señal es un **despilfarro social**, a pesar de que es racional adquirirla desde el punto de vista individual